

6. Übungsblatt
(Abgabe am 4.12.2013, Übung am 6.12.2013)

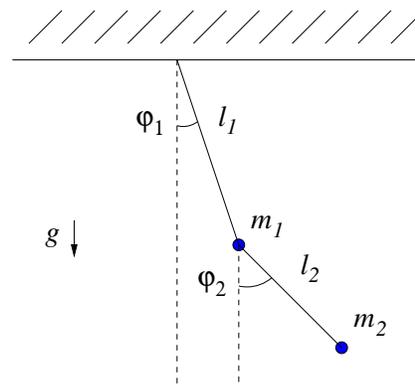
Aufgabe 11: Die Lagrangefunktion

(14 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden mechanischen Systeme (a)-(d) (ohne Reibung, starre, masselose Stäbe, Punktmassen) und beantworten Sie jeweils die folgenden Fragen.

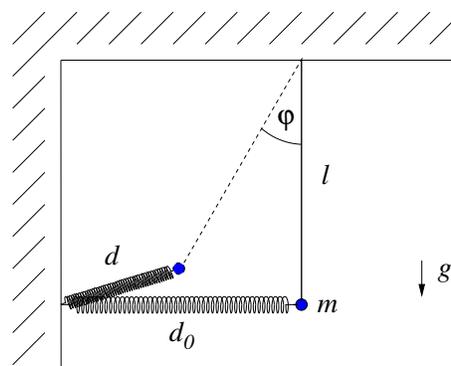
- i) Wie lauten die Zwangsbedingungen und von welcher Art sind diese?
 - ii) Wieviele Freiheitsgrade gibt es? Geben Sie geeignete generalisierte Koordinaten an.
 - iii) Wie lautet die Lagrangefunktion des Systems?
 - iv) Wie lauten die Lagrange-Bewegungsgleichungen 2. Art?
- a) (5 Punkte)

Das ebene Doppelpendel bestehend aus den Massen m_1 und m_2 mit den Pendellängen l_1 und l_2 :



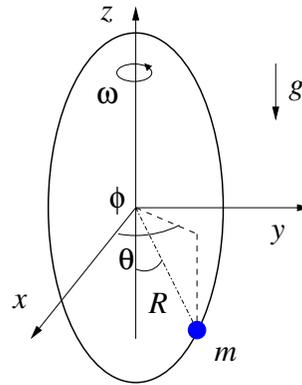
- b) (3 Punkte)

Das gefangene ebene Pendel der Länge l und Masse m mit einer Feder der Länge d (Ruhelänge d_0) und Federkonstante k :



c) (3 Punkte)

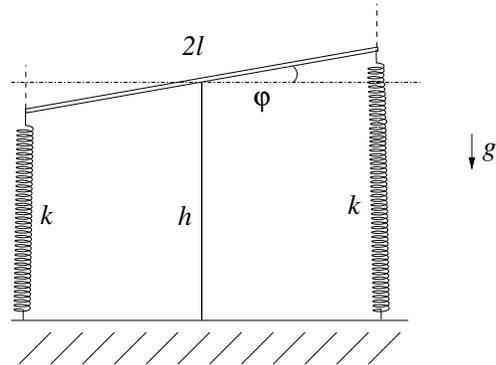
Die Perle der Masse m auf dem mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Ring vom Radius R :



d) (3 Punkte)

Die ebene Wippe, ein massiver Stab der Länge $2l$, welcher drehbar in seinem Schwerpunkt gelagert und mit zwei Federn (Federkonstante k) am Boden befestigt ist:

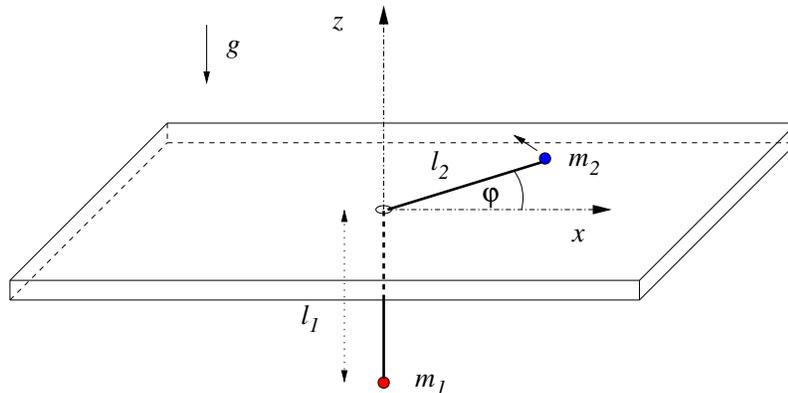
Hinweis: Das Trägheitsmoment des Stabes beträgt $ml^2/3$.



Aufgabe 12: Der verzögerte, freie Fall

(6 Punkte)

Eine Masse m_2 rotiere reibungsfrei auf einer Tischplatte. Über einen Faden der Länge l sei m_2 durch ein Loch in der Tischplatte fest mit einer zweiten Masse m_1 verbunden. Gesucht ist die Bewegung der Masse m_1 unter dem Einfluss der Schwerkraft.



- (1 Punkt) Wie lauten die Zwangsbedingungen und wieviele Freiheitsgrade hat das System?
- (1 Punkt) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf.
- (2 Punkte) Wie lauten die Bewegungsgleichungen? Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen die Drehimpuls- und Energieerhaltung beschreiben.
- (2 Punkte) Unter welcher Bedingung bewegt sich die Masse m_1 nach oben oder nach unten? Welche Bewegung erhält man für den Spezialfall $\dot{\varphi} = 0$?