Fachbereich Physik

Prof. Dr. Cord Müller
Dr. Stefan Gerlach (Übungen)

Universität Konstanz

Übungen zur Physik III: Integrierter Kurs (Theorie)
Wintersemester 2013/14

Konstanz, den 13.11.2013

4.Übungsblatt

(Abgabe am 20.11.2013, Übung am 22.11.2013)

Aufgabe 7: Zeitdilatation (6 Punkte)

a) (3 Punkte) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass dem Zeitintervall $\Delta t'$, das von einer im bewegten Bezugssystem S' ruhenden Uhr gemessen wird, in S das Zeitintervall

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \tag{1}$$

entspricht, wobei $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$.

Betrachten Sie nun die umgekehrte Situation, dass ein Beobachter in S' eine in S ruhende Uhr beschreibt, die das Zeitintervall Δt misst. Skizzieren Sie die Situation im Minkowski-Diagramm und bestimmen Sie das Verhältnis der Zeitintervalle in S und S'. Vergleichen Sie mit (1).

b) (3 Punkte) In einer Höhe von etwa 30 km über der Erdoberfläche werden Myonen (leichte Elementarteilchen mit etwa 200 mal mehr Masse als Elektronen) durch Wechselwirkung kosmischer Strahlung mit der Atmosphäre erzeugt, und bewegen sich dann mit nahezu Lichtgeschwindigkeit auf die Erdoberfläche zu. Myonen haben in ihrem Ruhesystem eine mittlere Lebensdauer $\tau_\mu = 2 \cdot 10^{-6}$ s.

i) Berechnen Sie die Strecke, die die Myonen ungefähr zurücklegen, während im Ruhesystem der Erde die Zeitspanne $\Delta t = \tau_\mu$ verstreicht.

ii) Wegen der Zeitdilatation ist die mittlere Lebensdauer der Myonen im Ruhesystem der Erde größer als in ihrem eigenen Ruhesystem. Berechnen Sie, wie groß die relative Abweichung $\varepsilon = (c-v)/c$ der Geschwindigkeit der Myonen von der Lichtgeschwindigkeit maximal sein darf, damit die Myonen innerhalb ihrer mittleren Lebensdauer die Erdoberfläche erreichen.

Aufgabe 8: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung im homogenen Kraftfeld (14 Punkte)

Wir wollen die relativistische Bewegung einer anfänglich ruhenden Masse m bei gleichmäßiger Beschleunigung im homogenen Kraftfeld ($\mathbf{K} \parallel \mathbf{v}$, d.h. (1+1) dimensional) beschreiben.

a) (3 Punkte) Es sei

$$L = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh\zeta & \sinh\zeta \\ \sinh\zeta & \cosh\zeta \end{pmatrix}$$

diejenige Lorentztransformation, die aus dem Ruhesystem S in das momentane Ruhesystem $S'(\tau)$ der Masse m zur Eigenzeit τ transformiert, d.h. wir parametrisieren

$$v = c\beta = c \tanh \zeta$$

durch die Rapidität $\zeta(\tau)$, wobei $\zeta(0) = 0$ ist.

Zeigen Sie allgemein, dass die Vierer-Geschwindigkeit $u = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau}$ und die Vierer-Beschleunigung $a = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau}$ folgenden Beziehungen genügen:

i) $u = \gamma(c, v) = c(\cosh \zeta, \sinh \zeta)$ mit $u^2 = c^2$.

ii) $a = c(\sinh \zeta, \cosh \zeta)\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\tau}$ mit

$$a^2 = -c^2 \left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\tau}\right)^2 .$$

iii) $a \cdot u = 0$.

b) (1 Punkt) Zum Zeitpunkt $\tau = 0$ sei $a^2 = -b^2$ mit $b > 0$. Bestimmen Sie $\zeta(\tau)$ für diejenige Bewegung, für die a^2 als lorentzinvariante Größe für alle Zeiten konstant ist.

c) (2 Punkte) Berechnen Sie $t(\tau)$ und $x(\tau)$ durch Integrieren der Bewegungsgleichungen

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau} = \gamma, \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} = u^1.$$

d) (4 Punkte) Bestimmen Sie jetzt x und v als Funktion von t. Was ergibt sich für große und kleine Zeiten $t \ll \tilde{t}$ bzw. $t \gg \tilde{t}$ mit $\tilde{t} = c/b$? Skizzieren Sie v als Funktion von t.

e) (2 Punkte) In den Koordinaten des Systems S gelte nun die Beziehung

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = K$$

mit einer konstanten Kraft K. Wie lautet $p(t) = m\gamma v$? Finden Sie $v(t)$ und vergleichen Sie mit Aufgabe d).

f) (2 Punkte) Skizzieren Sie die Gesamtenergie E des Teilchens als Funktion von t.